

| | | | | | |
|---|--|--|-------------------|--|--|
|  | INSTITUCION EDUCATIVA LA PAZ | | Código: GPP-FR-20 | | |
| | GUÍA DE AUTOAPRENDIZAJE: PLAN DE MEJORAMIENTO DE PERIODO | | Versión: 01 | | |
| | | | Página 1 de 7 | | |

| Área o asignatura | Docente | Estudiante | Grado | Fecha de entrega | Periodo |
|-----------------------|---------------------------|------------|-------------------|------------------|---------|
| MATEMÁTICA Y GEOMERÍA | Marta Ayala, Agustín Diaz | | 9° 1, 2, 3, 4, 5, | Marzo 17 de 2025 | 1 |

| | |
|---|--|
| <p>¿Qué es un refuerzo?</p> <p>Es una actividad que desarrolla el estudiante adicional y de manera complementaria para alcanzar una o varias competencias evaluadas con desempeño bajo.</p> <p>Actividades de mejoramiento: El plan de mejoramiento consiste en realizar las actividades propuestas en la guía de plan de mejoramiento final que se encuentra en la página institucional ..</p> | <p>Estrategias de aprendizaje</p> <p>Realizar actividades de autoaprendizaje sobre los siguientes temas:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Conjuntos numéricos • Los números reales y sus operaciones • Intervalos desigualdades e inecuaciones. • Teorema de Tales. |
|---|--|

| Competencia | Actividades | Entregables | Evaluación |
|---|--|---|------------|
| Utiliza los números reales en sus diferentes representaciones, que implique comparaciones de cantidades fijas y variables en diferentes contextos. | 1. Ingrese a la página web del Colegio y desarrolle las actividades preparatorias para el Plan de Mejoramiento Primer Periodo. | Realizar en el cuaderno las actividades pedidas en el anexo a la guía Plan de Mejoramiento Primer Recuerde realizar los procedimientos, | 30% |
| Reconocer los diferentes conjuntos numéricos que conforman los números reales. Aplicar las propiedades de los números reales en identificación de intervalos y desigualdades e inecuaciones. | 2. Realizar evaluación de sustentación proporcionada por el maestro en la clase. | Responda la evaluación para sustentas actividades de plan de mejoramiento. | 70% |

* Para los talleres, resuelva los ejercicios, problemas o preguntas en el cuaderno, indicando procedimiento o argumentos a las preguntas hechas por los docentes. La presentación de los trabajos debe ser ordenada y clara. Para la sustentación del trabajo, debe presentarla puntualmente como se lo indique el docente; si usted no presenta los trabajos en los tiempos indicados, no se le podrán valorar en los tiempos establecidos por la Institución.



CONJUNTOS NUMERICOS

1.1 Numeros Naturales

Los números naturales representados simbólicamente por la letra \mathbb{N} , son todos aquellos que sirven para contar los elementos de un conjunto.

Se determina por extensión así:

$$\mathbb{N} = \{1, 2, 3, 4, 5, \dots\}$$

El conjunto de los números naturales unido al cero forma el conjunto \mathbb{N}_0

$$\mathbb{N}_0 = \{0, 1, 2, 3, \dots\}$$

Los números naturales se representan sobre una semirrecta numérica, dividida en partes iguales, así



Para indicar que un conjunto tiene infinitas elementos, se nombran algunos de ellos y después del último se escriben tres puntos suspensivos.

1.2 Números enteros

Diferencias como $5 - 10$, $3 - 9$ y, en general, $a - b$, donde $b > a$ no se pueden efectuar en \mathbb{N} , por esta razón es necesario hacer una ampliación del conjunto de los números naturales, e introducir un nuevo conjunto numérico llamado números enteros.

Así, se define el concepto de número negativo de a , para todo $a \in \mathbb{N}$, notado $-a$. A partir de él, se define el conjunto de los números enteros.

Los números enteros, notados por \mathbb{Z} están formados por:

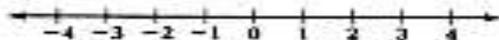
- Los números naturales (enteros positivos \mathbb{Z}^+)
- Los números opuestos de los naturales (enteros negativos \mathbb{Z}^-).
- El número cero. Así,

$$\mathbb{Z}^+ = \{1, 2, 3, \dots\}; \mathbb{Z}^- = \{\dots, -3, -2, -1\}$$

Luego, $\mathbb{Z} = \mathbb{Z}^+ \cup \{0\} \cup \mathbb{Z}^-$

Por extensión $\mathbb{Z} = \{\dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots\}$

Los números enteros se representan gráficamente sobre una recta, la cual se encuentra dividida en partes iguales como se muestra a continuación.



1.3. Números racionales

Los números racionales representados simbólicamente por la letra \mathbb{Q} , son todos aquellos que se pueden expresar como el cociente de dos números enteros, donde el divisor debe ser diferente de cero.



En notación de conjuntos, el conjunto de los números racionales es:

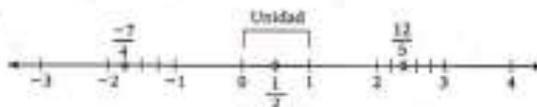
$$\mathbb{Q} = \left\{ \frac{a}{b} \text{ con } a, b \in \mathbb{Z}, b \neq 0 \text{ y } \text{mcd}(a, b) = 1 \right\}$$

Los números racionales también se pueden expresar como números decimales exactos o números decimales periódicos (cuando se realiza la división indicada).

1.3.1. Representación gráfica

Los números racionales se representan gráficamente sobre una recta dividida en partes iguales, llamadas unidades, que a su vez son subdivididas en tantas partes iguales según indique el denominador.

A continuación se muestra la representación gráfica de algunos números racionales.



Es importante recordar que los números racionales contienen a los naturales y a los enteros, por lo tanto:

$$\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q}$$

Los conjuntos numéricos

Una de las primeras civilizaciones en utilizar las fracciones fue la de los babilonios, quienes usaban como único denominador el número 60.

Los egipcios también dejaron vestigios de fracciones unitarias (todas tenían como numerador el número 1).

Los griegos aportaron las bases para el estudio de la teoría de números, pero sólo después de un cuarto de siglo, algunos matemáticos como B. Bolzano y G. Cantor terminaron las investigaciones sobre los números naturales, enteros, racionales e irracionales; todos ellos fueron luego denominados números reales.

1.4. Números reales

Las expresiones decimales infinitas no periódicas, forman el conjunto de los números irracionales (\mathbb{I}), los cuales no pueden ser expresados como el cociente indicado de dos números enteros.

El conjunto de los números reales representado simbólicamente por la letra \mathbb{R} , es el resultado de la unión de los números racionales (\mathbb{Q}) con los números irracionales (\mathbb{I}). Es decir, $\mathbb{R} = \mathbb{Q} \cup \mathbb{I}$

Los números reales se representan gráficamente sobre una recta de la misma manera como se hizo con los naturales, los enteros y los racionales. Para la representación de los números irracionales es necesario realizar construcciones geométricas. En la figura 1, se ha representado $\sqrt{2}$.

Ejemplo:

El cuadrado que aparece a continuación se debe completar con números reales. Para hallar la solución se debe tener en cuenta la siguiente condición.



| | | | |
|------------|--|---------------|-----|
| $\sqrt{2}$ | | $\sqrt{3}$ | -16 |
| 1 | | | |
| -0,4 | | $\frac{1}{2}$ | 12 |
| 0,2 | | $\frac{1}{3}$ | |

• El producto de las diagonales de cada uno de los cuadrados pequeños es igual.

- a. ¿Cuáles son los números que faltan?
- b. ¿Cuál es la relación entre el producto de la diagonal mayor y cada una de las diagonales de los cuadrados pequeños?

SOLUCIÓN

No es tan difícil como se piensa...

- a. A partir de la diagonal del cuadrado inferior derecho, se deduce que el producto de las diagonales debe ser 4. El cuadrado completo se muestra en la figura 2.
- b. La diagonal mayor es el cuadrado de cada una de las diagonales de los cuadrados pequeños.

¿Por qué la diagonal de un cuadrado de lado 1 mide $\sqrt{2}$?

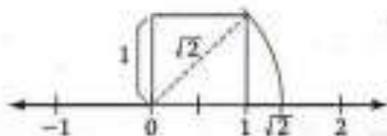


Figura 1

| | | | |
|------------|-------------|----------------|-----------------------|
| $\sqrt{2}$ | 4 | $\sqrt{3}$ | -16 |
| 1 | $2\sqrt{2}$ | $-\frac{1}{4}$ | $\frac{4}{3}\sqrt{3}$ |
| -0,4 | 20 | $\frac{1}{7}$ | 12 |
| 0,2 | -10 | $\frac{1}{3}$ | 8 |

Figura 2



TALLER 1

❶ **EJERCITACIÓN.** Escribir \in o \notin según corresponda.

- 1. $\frac{3}{2} \in \mathbb{Q}$
- 2. $\frac{20}{3} \in \mathbb{I}$
- 3. $\frac{\sqrt{3}}{2} \in \mathbb{I}$
- 4. $2 \in \mathbb{Z}$
- 5. $3,14 \in \mathbb{R}$
- 6. $\sqrt{64} \in \mathbb{N}$
- 7. $2,71... \in \mathbb{I}$
- 8. $3,141592... \in \mathbb{Q}$

❷ **RAZONAMIENTO.** Escribir V, si la afirmación es verdadera, o F, si es falsa.

- 9. Todos los números naturales son racionales.
- 10. El conjunto \mathbb{R} está contenido en el conjunto \mathbb{Q} .
- 11. Hay números racionales que son irracionales.
- 12. Los números naturales y sus opuestos forman el conjunto \mathbb{Z} .
- 13. Todos los números reales son irracionales.

❸ **MODELACIÓN.** Escribir, si es posible, dos números que cumplan la condición dada.

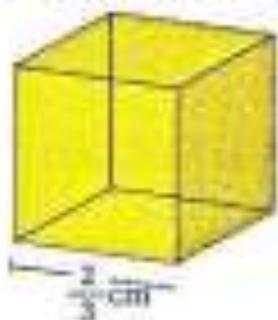
- 14. Natural que no sea entero.



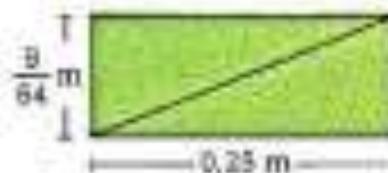
15. Entero que no sea natural.
16. Racional igual a un decimal periódico.
17. Irrracional mayor que -1 y menor que 5 .
18. Fraccionario irracional.
19. Real que no sea racional.

❶ **PROBLEMAS.** Calcular cada longitud. Luego, determinar a qué conjunto numérico pertenece cada solución.

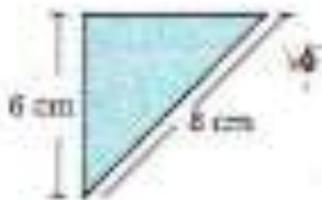
20. Hallar el volumen.



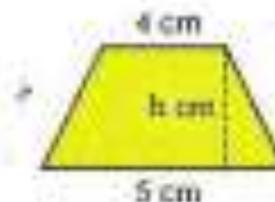
21. Hallar la longitud de la diagonal.



22. Hallar el cateto.



23. Hallar el área.





2. Ordena las siguientes cantidades

- | | |
|---------------------------------------|---|
| -1 <input type="checkbox"/> 1 | $ -12 $ <input type="checkbox"/> $ -21 $ |
| -5 <input type="checkbox"/> 7 | $ -12 $ <input type="checkbox"/> 2 |
| -10 <input type="checkbox"/> -12 | $ (20) \cdot 2$ <input type="checkbox"/> $ -40 $ |
| 30 <input type="checkbox"/> 45 | $ -12 $ <input type="checkbox"/> 2 |
| 58 <input type="checkbox"/> $ -70 $ | 100 <input type="checkbox"/> $ -75 $ |

3. La tabla 4 muestra el balance de una empresa en algunos meses del año anterior. Ordena de menor a mayor e indica V o F según corresponda.

| Mes | Millones de pesos |
|------------|-------------------|
| Julio | 90 |
| Agosto | 75 |
| Septiembre | -2 |
| Octubre | -10 |
| Noviembre | 15 |
| Diciembre | 95 |

Tabla 4

- a. Noviembre y diciembre registraron mayor ingreso ()
- b. Septiembre y octubre alcanzaron los peores balances ()
- c. Agosto registro la venta más baja ()
- d. Julio alcanzo el mejor balance ()

4. Responde

- Si comparas el cero con los números positivos ¿Cuál es mayor? _____
- Si comparas el cero con los números negativos ¿Cuál es menor? _____
- Si comparas dos números positivos ¿Cuál es el mayor? _____
- Si comparas dos números negativos ¿Cuál es el menor? _____
- Si comparas un número positivo y un número negativo ¿Cuál es mayor? _____

5. Ordena de acuerdo a los signos indicados

| | | | |
|----|----|---|----|
| O | G | T | A |
| +3 | -4 | 0 | -1 |

| | | | | |
|----|----|----|-----|----|
| U | C | T | N | A |
| +4 | -5 | +6 | -10 | -8 |